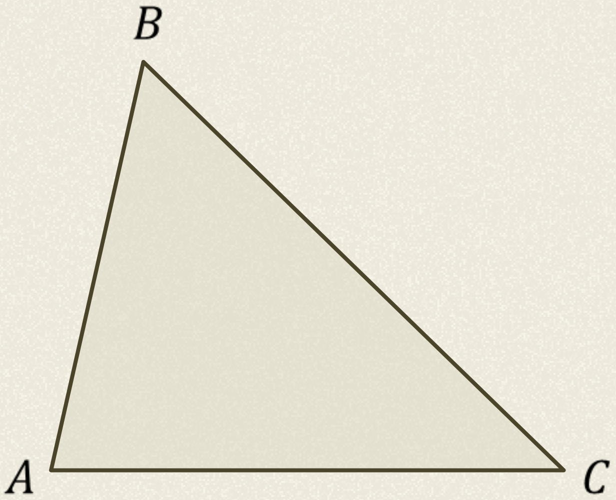
Планиметрия

Основные формулы, связывающие элементы треугольника

Теорема о сумме углов треугольника

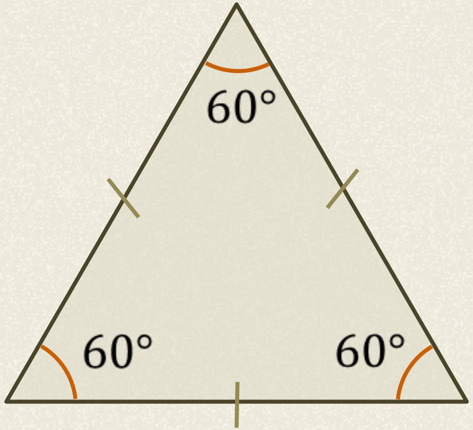
Сумма углов треугольника равна 180°.



То есть $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$.

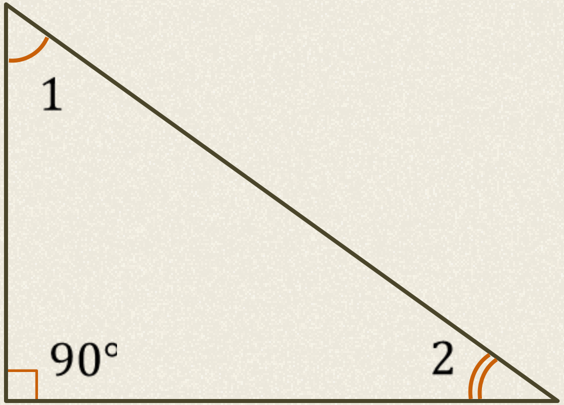
Теорема о сумме углов треугольника

Все углы равностороннего треугольника равны по $60°$.



$$60° + 60° + 60° = 180°$$

Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна $90°$.

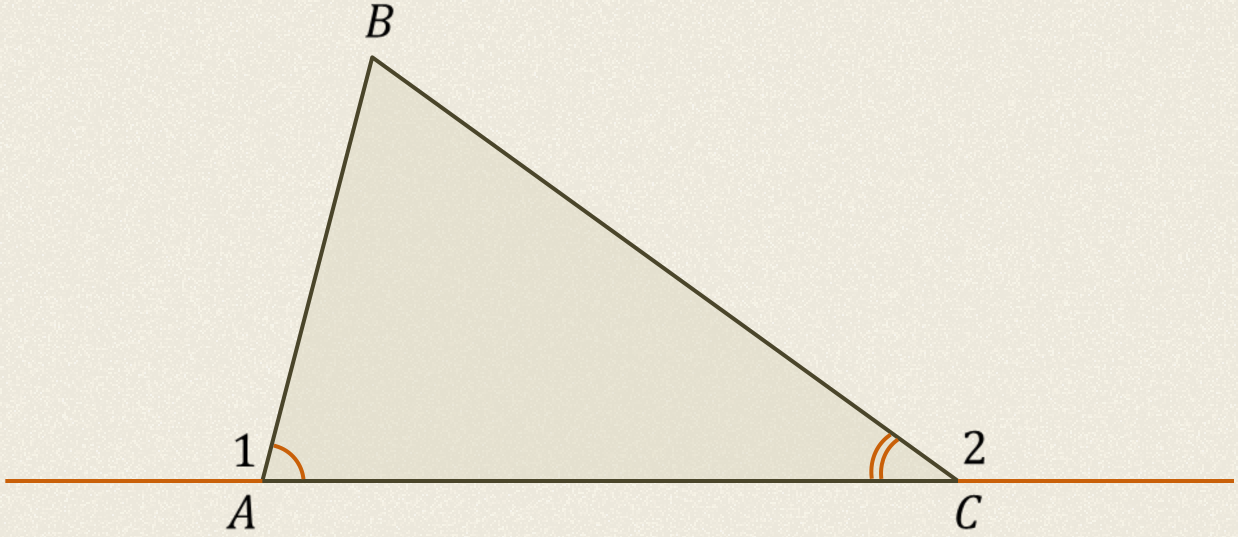


$$90° + \angle 1 + \angle 2 = 180°$$

$$\angle 1 + \angle 2 = 90°$$

Внешний угол треугольника

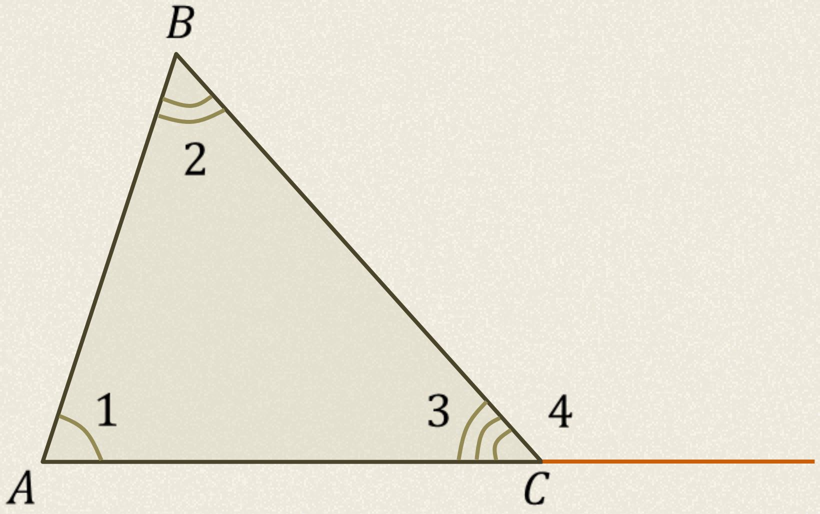
Внешним углом треугольника называют угол, смежный с каким-либо углом треугольника.



Теорема о внешнем угле треугольника

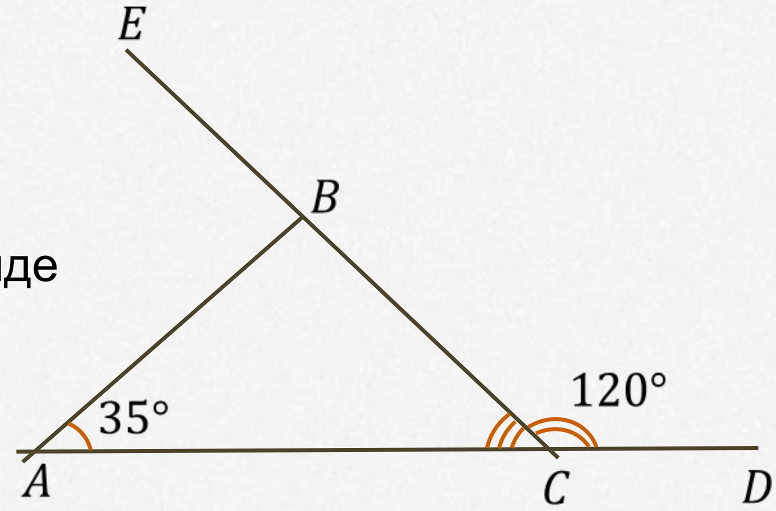
Внешний угол треугольника равен ***сумме двух внутренних***, ***не смежных с ним.***

Следовательно, $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$.



$\angle BCD = 120°$, а $\angle BAC = 35°$. Найдите градусную меру $\angle ABE$.

Решите задачу и
просмотрите решение на следующем слайде



$\angle BCD = 120°$, а $\angle BAC = 35°$. Найдите градусную меру $\angle ABE$.

Т.к. $\angle BCD$, $\angle BCA$ – смежные,

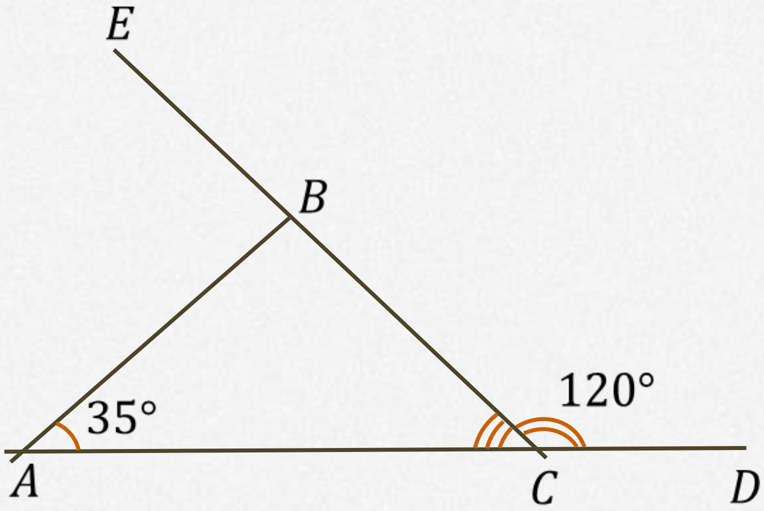
то $\angle BCD + \angle BCA = 180°$.

$\angle BCA = 180° - \angle BCD = 180° - 120° = 60°$

$\angle ABE$ – внешний, смежный с $\angle ABC$.

$\angle ABE = \angle BAC + \angle BCA$

$\angle ABE = 35° + 60° = 95°$



Ответ: 95°.

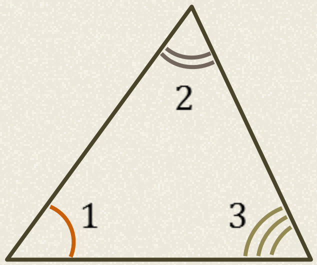
Треугольник

Виды треугольников

в зависимости от величины углов:

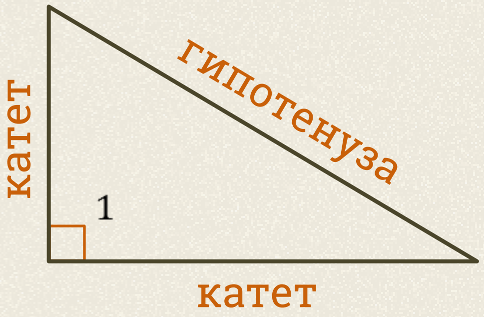
остроугольный

$\angle 1, \angle 2, \angle 3$ – острые углы



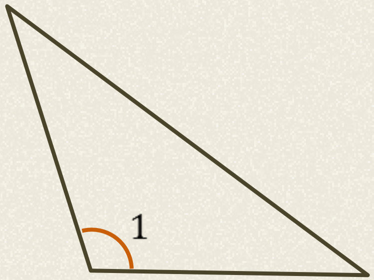
прямоугольный

$\angle 1 = 90°$



тупоугольный

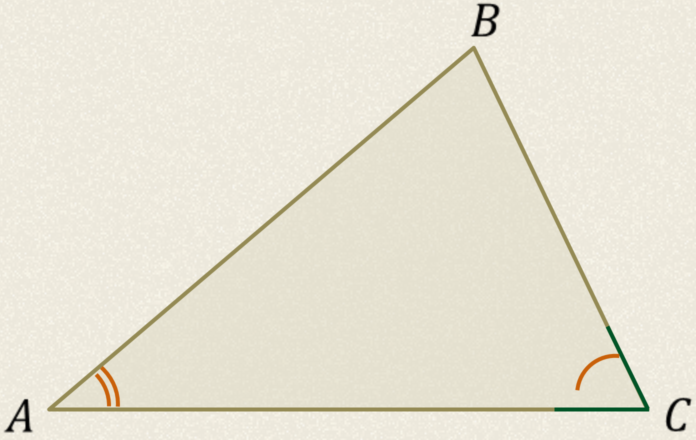
$\angle 1 > 90°$



Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника

В треугольнике **против большей стороны** лежит ***больший угол***, а **против меньшей стороны** лежит ***меньший угол***.

1) Пусть $AB > BC$.

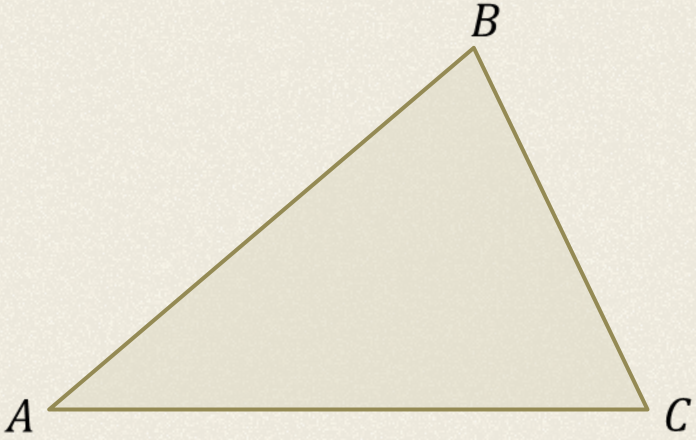


Следовательно, $\angle C > \angle A$.

Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника

В треугольнике против **большего угла** лежит ***большая сторона***, а **против меньшего угла** лежит ***меньшая сторона***.

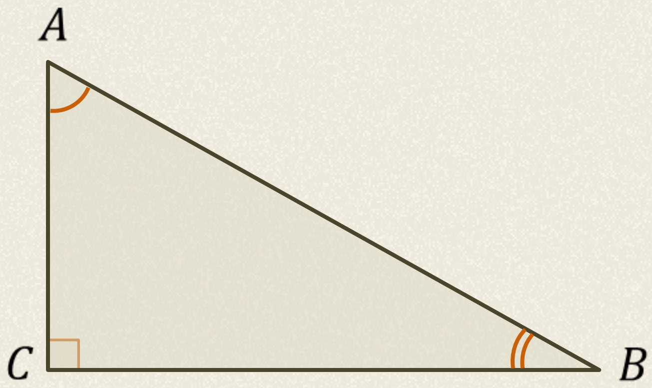
2) Пусть $\angle C > \angle A$.



Получили, что $AB > BC$.

Следствия из теоремы

В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB больше катетов AC и BC.



$$AB > AC$$

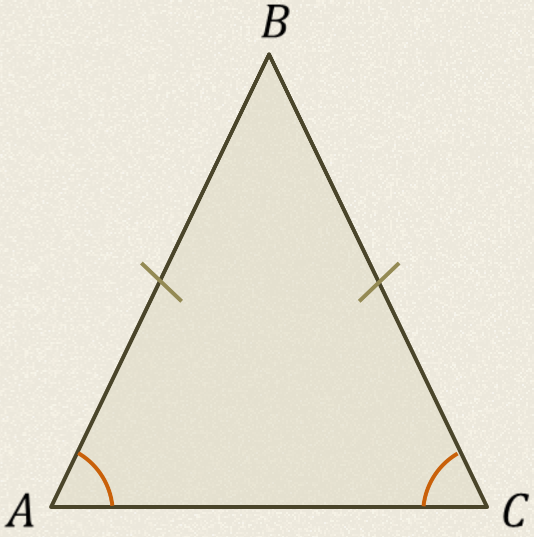
$$AB > BC$$

Следствия из теоремы

Признак равнобедренного треугольника
Если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный.

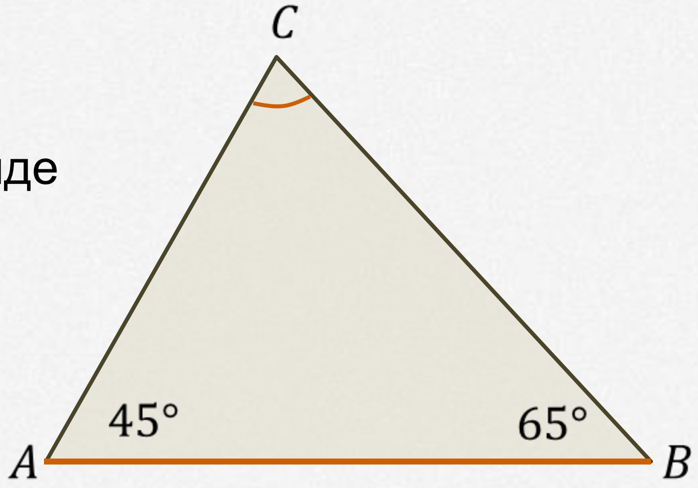
Пусть $\angle A = \angle C$.

То есть ΔABC – равнобедренный.



В ΔABC: $\angle A = 45°$, а $\angle B = 65°$.
Верно ли, что сторона AC больше каждой из сторон AB и BC?

Решите задачу и
просмотрите решение на следующем слайде



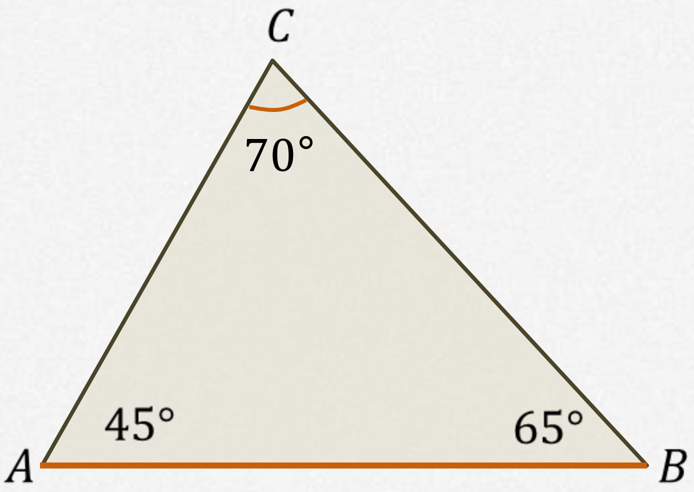
В ΔABC: $\angle A = 45°$, а $\angle B = 65°$.
Верно ли, что сторона AC больше каждой из сторон AB и BC?

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\angle C = 180° - \angle A - \angle B$

$\angle C = 180° - 45° - 65° = 70°$

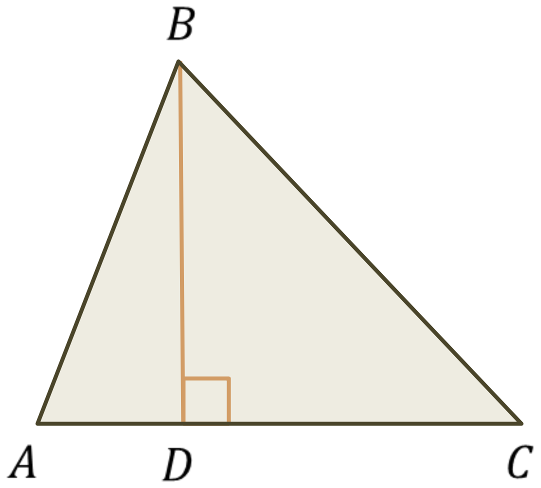
AB – большая сторона ΔABC.



Ответ: нет.

Неравенство треугольника

Длина любой стороны треугольника **меньше суммы двух других** его **сторон.**



$$AC < AB + BC$$

Следствия из теоремы

Для любых трёх точек A, B и C, не лежащих на одной прямой, справедливы следующие неравенства:

$$AB < AC + BC$$

$$AC < AB + BC$$

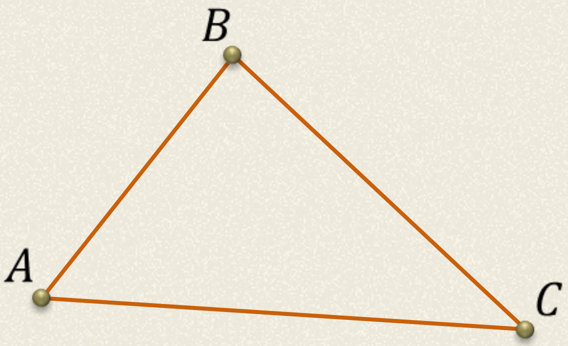
$$BC < AC + AB$$

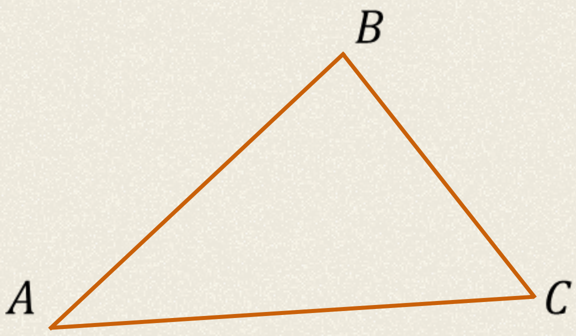
Длина каждой стороны треугольника больше разности длин двух других его сторон:

$$AB > AC - BC$$

$$AC > AB - BC$$

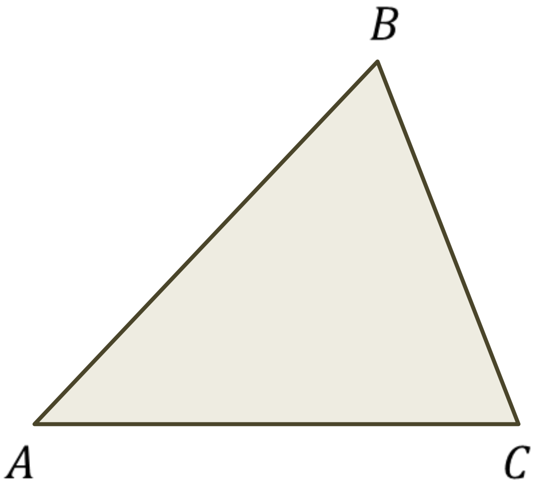
$$BC > AC - AB$$





Докажите, что сторона ΔABC меньше его полупериметра.

Решите задачу и
просмотрите решение на следующем слайде



Докажите, что сторона ΔABC меньше его полупериметра.

Доказательство:

$AB < AC + BC$

$AB + AB < AB + AC + BC$

$2AB < AB + AC + BC$

$AB < \frac{1}{2}(AB + AC + BC)$

$AB < p$

Что и требовалось доказать.